

# Machines thermiques

## ~~7~~1 Réfrigérateur

★★★★ Un réfrigérateur se refroidit en rejetant de la chaleur dans l'environnement à température  $T^+$ . La puissance mécanique constante fournie au dispositif est  $P_W$  et la puissance thermique constante, décrivant le transfert de chaleur avec l'environnement, est  $P_Q$ . Déterminer la température la plus basse  $T^-$  que le système peut atteindre s'il a une efficacité maximale.

### Application numérique

$P_W = 100 \text{ W}$ ,  $P_Q = 350 \text{ W}$  et  $T^+ = 25^\circ \text{ C}$ .

## ~~7~~2 Centrale nucléaire refroidie par une rivière

★★★★ Une centrale nucléaire opère entre un réservoir chaud constitué d'une chambre à combustion ou d'un réacteur nucléaire et un réservoir froid constitué de l'eau d'une rivière. Elle est modélisée comme une machine thermique opérant entre le réservoir chaud à température  $T^+$  et un réservoir froid à température  $T^-$ . Analyser le fonctionnement de cette centrale nucléaire en suivant les instructions suivantes :

- 1) Déterminer le rendement maximal  $\eta_C$  de cette centrale nucléaire et la puissance thermique  $P_{Q+}$  décrivant l'échange de chaleur avec la chambre de combustion.
- 2) Supposer que le rendement réel est  $\eta = k \eta_C$  et déterminer la puissance thermique  $P_Q$  décrivant l'échange de chaleur avec la rivière.
- 3) Déterminer la différence de température  $\Delta T$  avec l'eau s'écoulant avec un débit  $\dot{V}$  dans la rivière. L'eau a une masse volumique  $m$  et une chaleur spécifique par unité de masse à pression constante  $c_p^*$ .

### Application numérique

$P_W = -750 \text{ MW}$ ,  $T^+ = 300^\circ \text{ C}$ ,  $T^- = 19^\circ \text{ C}$ ,  $k = 60 \%$ ,  $\dot{V} = 200 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m = 1000 \text{ kg/m}^3$  et  $c_p^* = 4181 \text{ J/kg K}$ .

### 7.3 Cycle de freinage

☆☆☆☆ Un système est constitué d'un cylindre vertical dont la section supérieure est scellée et dont la section inférieure est fermée par un piston. Une soupape  $A$  placée sur la section supérieure contrôle l'entrée de gaz et une autre soupape  $B$  (située à côté de la soupape  $A$ ) est retenue par un ressort qui exerce une pression constante  $p_2$  sur la soupape. Le système subit les processus suivants :

- $0 \rightarrow 1$  : Le piston est au sommet du cylindre ; la soupape  $A$  s'ouvre et le piston est abaissé de sorte que du gaz à pression atmosphérique  $p_0 = p_1$  est amené dans le cylindre. Le gaz est à une température  $T_1$ . La soupape  $B$  est fermée. Le volume maximal occupé par le gaz est  $V_1$ .
- $1 \rightarrow 2$  : La soupape  $A$  est maintenant fermée et le piston monte suffisamment rapidement pour que le processus puisse être considéré comme adiabatique. La soupape  $B$  reste fermée durant la montée du piston aussi longtemps que la pression du gaz est inférieure à  $p_2$ . Alors que le piston continue de monter, le gaz atteint la pression  $p_2 = 10 p_1$  à température  $T_2$  dans un volume  $V_2$ . On suppose que ce processus est réversible, donc les relations (5.90) et (5.83) s'appliquent.
- $2 \rightarrow 3$  : Alors que le piston continue de monter, la soupape  $B$  s'ouvre, la pression est  $p_3 = p_2$  et le gaz est rejeté dans l'environnement. La soupape  $A$  reste fermée jusqu'à ce que le piston atteigne le sommet, où  $V_3 = V_0 = 0$ .
- $3 \rightarrow 0$  : La soupape  $B$  se ferme et la soupape  $A$  s'ouvre. Le système est alors prêt pour le prochain cycle.

Analyser le cycle en utilisant les instructions suivantes :

- 1) Esquisser le diagramme  $(p, V)$  pour les trois processus que le système subit.
- 2) Déterminer la température  $T_2$  et le volume  $V_2$ .
- 3) Déterminer le travail  $W$  effectué par cycle.

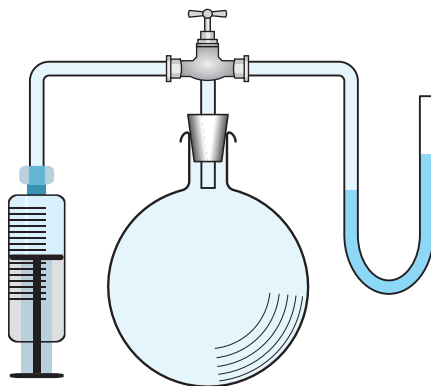
#### Application numérique

$V_0 = V_3 = 0$ ,  $p_0 = p_1 = 10^5$  Pa,  $V_1 = 0.25$  l,  $T_1 = 27^\circ$  C et  $\gamma = 1.4$ .

### 7.4 Expérience de Clément-Desormes

☆☆☆☆ Il est possible de déterminer le coefficient  $\gamma$  d'un gaz parfait en mesurant les pressions obtenues à l'aide d'une série de processus thermiques connus sous le nom d'expérience de Clément-Desormes.<sup>(1)</sup> Contrairement à la définition qui en est faite habituellement, ici on considère que le gaz reste confiné dans une enceinte dont on fait varier le volume (fig. 7.1).

<sup>(1)</sup> G. Bruhat, *Thermodynamique*, Masson et C<sup>ie</sup>, 6<sup>e</sup> édition, 1968, p. 173



**Fig. 7.1** Dans une mise en oeuvre particulière de la méthode de Clément-Desormes pour mesurer le coefficient  $\gamma$  d'un gaz, un tube en  $U$  est utilisé pour mesurer les variations de pression, et une seringue assure que les processus aient lieu avec une quantité de gaz fixée.

Le tube en  $U$  permet de mesurer la pression du gaz grâce au déplacement d'un liquide à l'intérieur du tube. Le volume du tube est négligeable par rapport au volume  $V$  de la sphère. Initialement, la vanne est ouverte et la pression  $p_0$  est la pression atmosphérique, la température  $T_0$  est la température ambiante et le volume  $V_0$  est le volume total de gaz dans la sphère et la seringue. Ensuite, on ferme la vanne et le gaz qui se trouve dans la seringue est lentement injecté dans la sphère. Ce processus est une compression isotherme. On mesure alors la différence de la pression du gaz  $\Delta p_1$  entre la pression intermédiaire  $p_1$  et la pression initiale  $p_0$ . Ensuite, on retire le piston de la seringue aussi rapidement que possible afin de ramener la pression du gaz dans la sphère à sa valeur initiale  $p_0$ . Ce processus est une détente adiabatique. A la fin de la détente adiabatique, le volume de gaz dans la sphère et la seringue est  $V_2$  et le système atteint un état d'équilibre thermique durant une compression isochore. On mesure alors la différence de pression  $\Delta p_2$  entre la pression finale  $p_2$  et la pression initiale  $p_0$ . Montrer que les différences de pressions mesurées peuvent être utilisées pour déterminer le coefficient  $\gamma$  d'après la relation,

$$\gamma \simeq \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}$$

Cette approximation est satisfaite dans la limite où  $\Delta p_1 \ll p_0$  et  $\Delta p_2 \ll p_0$ . Utiliser un développement limité au 1<sup>er</sup> ordre en  $\Delta p_1/p_0$  et  $\Delta p_2/p_0$  pour établir ce résultat.

## ~~5~~ Cycle de Lenoir

☆☆☆☆ Le cycle Lenoir est un modèle de fonctionnement de moteur à combustion qui a été breveté par Jean Joseph Etienne Lenoir en 1860. Ce cycle est défini par trois processus réversibles :

- 1  $\longrightarrow$  2 compression isochore
- 2  $\longrightarrow$  3 détente adiabatique
- 3  $\longrightarrow$  1 contraction isobare

On suppose que le cycle est effectué sur un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.62). Les valeurs suivantes de certaines variables d'état sont supposées connues : la pression  $p_1$ , les volumes  $V_1$  et  $V_3$ , la température  $T_1$  et le nombre de moles de gaz  $N$ . Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

- 1) Esquisser les diagrammes  $(p, V)$  et  $(T, S)$  du cycle.
- 2) Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{12}$  du gaz durant le processus isochore 1  $\longrightarrow$  2.
- 3) Exprimer la température  $T_2$  en termes de la chaleur échangée  $Q_{12}$  durant le processus isochore 1  $\longrightarrow$  2.
- 4) Déterminer la pression  $p_2$  en termes de la pression  $p_1$ , le volume  $V_1$  et la chaleur échangée  $Q_{12}$ .
- 5) Déterminer la pression  $p_3$  en termes de la pression  $p_2$  et des volumes  $V_2$  et  $V_3$ .
- 6) Déterminer le travail  $W_{23}$  effectué durant le processus adiabatique 2  $\longrightarrow$  3 et la chaleur  $Q_{23}$  échangée durant ce processus.
- 7) Déterminer le travail  $W_{31}$  effectué durant le processus isobare 3  $\longrightarrow$  1 et la chaleur  $Q_{31}$  échangée durant ce processus.
- 8) Etablir l'expression explicite du rendement de ce cycle  $\eta_L$  défini en conformité avec la relation (7.38) comme,

$$\eta_L = - \frac{W_{23} + W_{31}}{Q_{12}}$$

Exprimer le rendement  $\eta_L$  en termes des températures  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

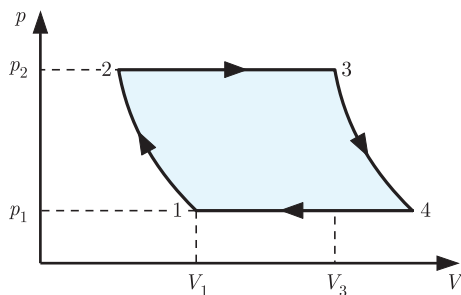
## 7.6 Cycle moteur de Brayton

☆☆☆☆ Un gaz parfait subit quatre processus réversibles formant le cycle moteur de Brayton (fig. 7.2) :

- 1  $\rightarrow$  2 compression adiabatique,
- 2  $\rightarrow$  3 expansion isobare,
- 3  $\rightarrow$  4 détente adiabatique,
- 4  $\rightarrow$  1 contraction isobare.

Les pressions  $p_1$  et  $p_2$  ainsi que les volumes  $V_1$  et  $V_3$  sont supposés connus.

- 1) Déterminer le travail effectué  $W_{34}$  lors de la détente adiabatique 3  $\rightarrow$  4.
- 2) Déterminer la chaleur fournie  $Q_{23}$  lors de l'expansion isobare 2  $\rightarrow$  3.
- 3) Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{41}$  lors de la contraction isobare 4  $\rightarrow$  1.
- 4) Esquisser le diagramme  $(T, S)$  du cycle.



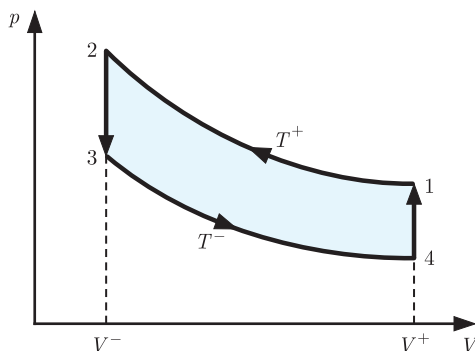
**Fig. 7.2** Diagramme  $(p, V)$  du cycle moteur de Brayton.

## ~~7.4~~ Cycle calorifique de Stirling

☆☆☆☆ Un gaz parfait subit quatre processus réversibles formant le cycle calorifique de Stirling (fig. 7.3) :

- 1 → 2 compression isotherme,
- 2 → 3 détente isochore,
- 3 → 4 détente isotherme,
- 4 → 1 compression isochore.

Les volumes minimal  $V^-$  et maximal  $V^+$  ainsi que les températures de la source chaude  $T^+$  et de la source froide  $T^-$  sont supposés connus.



**Fig. 7.3** Diagramme  $(p, V)$  du cycle calorifique de Stirling.

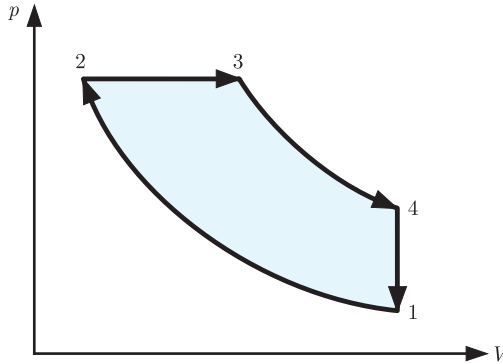
- 1) Déterminer les travaux  $W_{12}$  et  $W_{34}$  effectués lors de la compression 1 → 2 et de la détente 3 → 4 isothermes.
- 2) Déterminer les chaleurs fournies  $Q_{12}$ ,  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$  et  $Q_{41}$  lors de tous les processus et en déduire la chaleur fournie  $Q$  durant un cycle.
- 3) Déterminer l'efficacité de refroidissement  $\varepsilon^-$  du cycle calorifique.
- 4) Esquisser le diagramme  $(T, S)$  du cycle.

## 7.8 Cycle moteur de Diesel

☆☆☆☆ Un gaz parfait subit quatre processus réversibles formant le cycle moteur de Diesel (fig. 7.4) :

- $1 \rightarrow 2$  compression adiabatique,
- $2 \rightarrow 3$  expansion isobare,
- $3 \rightarrow 4$  détente adiabatique,
- $4 \rightarrow 1$  décompression isochore.

La pression  $p_1$  ainsi que les volumes  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  sont supposés connus.



**Fig. 7.4** Diagramme  $(p, V)$  du cycle moteur de Diesel.

- 1) Déterminer les pressions  $p_2$  et  $p_4$ .
- 2) Déterminer les variations d'entropie  $\Delta S_{12}$ ,  $\Delta S_{23}$ ,  $\Delta S_{34}$  et  $\Delta S_{41}$  lors de tous les processus et en déduire la variation d'entropie  $\Delta S$  pour un cycle.
- 3) Déterminer les variations d'énergie interne  $\Delta U_{12}$ ,  $\Delta U_{23}$ ,  $\Delta U_{34}$  et  $\Delta U_{41}$  lors de tous les processus et en déduire la variation d'énergie interne  $\Delta U$  pour un cycle.

## ~~7.9~~ Cycle d'Otto

☆☆☆☆ Le cycle d'Otto est un modèle de moteur à combustion qui représente le mode opératoire de la plupart des moteurs à combustion non-diesel. Il est constitué de quatre processus lorsque le moteur est modélisé comme un système fermé, et de deux processus isobares supplémentaires lorsque le système est ouvert. Ces deux processus correspondent à l'admission d'air et l'échappement des gaz. Ainsi, on a,

- $0 \rightarrow 1$  admission isobare d'air
- $1 \rightarrow 2$  compression adiabatique

- $2 \longrightarrow 3$  échauffement isochore
- $3 \longrightarrow 4$  détente adiabatique
- $4 \longrightarrow 1$  refroidissement isochore
- $1 \longrightarrow 0$  échappement isobare des gaz

Supposer que les processus adiabatiques sont réversibles et que le gaz est un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.62) et le coefficient  $\gamma = (c + 1) / c$ . Les valeurs suivantes de certaines variables d'état sont supposées connues : la pression  $p_1$ , les volumes  $V_1 = V_4$  et  $V_2 = V_3$ , la température  $T_3$  et le nombre de moles  $N$  d'air à l'admission. Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

- 1) Esquisser les diagrammes  $(p, V)$  et  $(T, S)$  du cycle. Sur le diagramme  $(p, V)$ , représenter aussi les processus d'admission et d'échappement.
- 2) Décrire ce que le moteur fait durant chaque processus.
- 3) Expliquer pourquoi un échange d'air avec l'extérieur est nécessaire.
- 4) Sur les diagrammes  $(p, V)$  et  $(T, S)$  déterminer les relations entre les aires délimitées par les cycles, le travail  $W$  et la chaleur  $Q$  par cycle.
- 5) Déterminer toutes les variables d'état aux points 1, 2, 3 et 4 du cycle, i.e. trouver  $p_2, p_3, p_4, T_2$  et  $T_4$ .
- 6) Déterminer le travail  $W$  effectué par cycle et la chaleur  $Q$  échangée durant un cycle.
- 7) Déterminer le rendement du cycle d'Otto,

$$\eta_O = - \frac{W}{Q^+}$$

où  $Q^+ = Q_{23}$ .

## ~~7X0~~ Cycle d'Atkinson

★☆☆☆ James Atkinson était un ingénieur anglais qui a conçu plusieurs moteurs à combustion. Le cycle thermodynamique qui porte son nom est une modification du cycle d'Otto conçue pour améliorer son rendement. Le prix à payer pour parvenir à un meilleur rendement est une diminution du travail effectué par cycle. Le cycle idéalisé d'Atkinson est constitué des quatre processus réversibles suivants :

- $1 \longrightarrow 2$  : compression adiabatique
- $2 \longrightarrow 3$  : échauffement isochore
- $3 \longrightarrow 4$  : échauffement isobare
- $4 \longrightarrow 5$  : détente adiabatique
- $5 \longrightarrow 6$  : refroidissement isochore
- $6 \longrightarrow 1$  : refroidissement isobare

On suppose que les processus adiabatiques sont réversibles et que le cycle a lieu sur un gaz parfait qui est caractérisé par,

$$pV = NRT \quad U = cNRT \quad \gamma = \frac{c+1}{c}$$

Les grandeurs physiques suivantes qui caractérisent le cycle sont supposées connues : les volumes  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_6$ , les pressions  $p_1$  et  $p_3$ , la température  $T_5$  et le nombre de moles  $N$  de gaz. Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

- 1) Esquisser le diagramme  $(p, V)$  du cycle d'Atkinson.
- 2) Déterminer les pressions  $p_2$ ,  $p_4$ ,  $p_5$ ,  $p_6$ , les volumes  $V_3$ ,  $V_4$ ,  $V_5$  et les températures  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $T_6$ , en termes des grandeurs physiques connues.
- 3) Déterminer les travaux  $W_{12}$ ,  $W_{23}$ ,  $W_{34}$ ,  $W_{45}$ ,  $W_{56}$ ,  $W_{61}$  et le travail  $W$  effectué par cycle.
- 4) Déterminer les transferts de chaleur  $Q_{12}$ ,  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$ ,  $Q_{45}$ ,  $Q_{56}$ ,  $Q_{61}$  et la chaleur  $Q^+ = Q_{23} + Q_{34}$  fournie au gaz.
- 5) Déterminer le rendement du cycle d'Atkinson,

$$\eta_A = - \frac{W}{Q^+}$$

## 7.11 Cycle calorifique

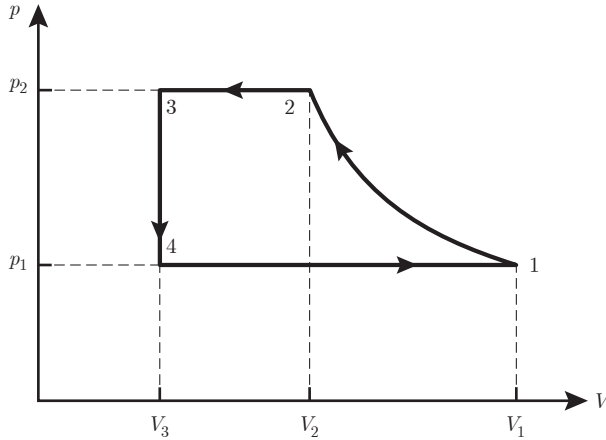
☆☆☆☆ Un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.62) et le coefficient  $\gamma = (c+1)/c$  subit un cycle calorifique constitué de quatre processus réversibles (fig. 7.5) :

- $1 \rightarrow 2$  : compression adiabatique
- $2 \rightarrow 3$  : contraction isobare
- $3 \rightarrow 4$  : refroidissement isochore
- $4 \rightarrow 1$  : détente isobare

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

- 1) Déterminer le volume  $V_2$  en termes du volume  $V_1$  et des pressions  $p_1$  et  $p_2$ .
- 2) Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{23}$  durant la contraction isobare.
- 3) Déterminer la chaleur échangée  $Q_{23}$  durant la contraction isobare.
- 4) Supposer à présent qu'au lieu d'un gaz parfait on a utilisé un fluide qui est entièrement dans un état gazeux au point 2 et entièrement dans un état liquide au point 3. La contraction isobare  $2 \rightarrow 3$  est alors une transition de phase qui a lieu à la température  $T$  et qui est caractérisée par la chaleur latente molaire de vaporisation  $\ell_{\ell g}$ . Déterminer la variation d'entropie  $\Delta S_{23}$  durant la transition de phase en termes du nombre de moles  $N$  de fluide, du volume  $V_2$ , de la pression  $p_2$  et de la chaleur latente molaire de vaporisation  $\ell_{\ell g}$ , en supposant que  $pV = NRT$  dans la phase gazeuse.





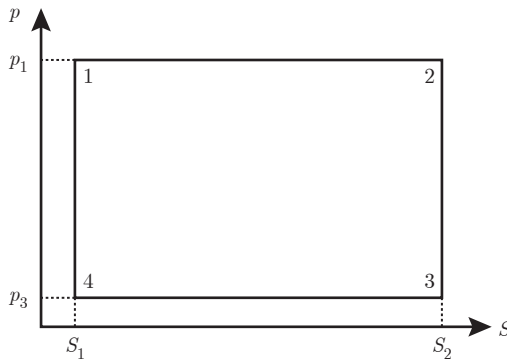
**Fig. 7.5** Diagramme  $(p, V)$  du cycle calorifique

## ~~7.12~~ Cycle de Rankine

☆☆☆☆ Un gaz parfait caractérisé par le coefficient  $c$  (5.62) et le coefficient  $\gamma = (c + 1)/c$  subit un cycle moteur de Rankine constitué de quatre processus réversibles :

- $1 \rightarrow 2$  : détente isobare
- $2 \rightarrow 3$  : détente adiabatique
- $3 \rightarrow 4$  : contraction isobare
- $4 \rightarrow 1$  : compression adiabatique

Ainsi, le cycle est représenté par un rectangle dans un diagramme  $(p, S)$  (fig.7.6).



**Fig. 7.6** Diagramme  $(p, S)$  d'un cycle de Rankine pour un gaz parfait.

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

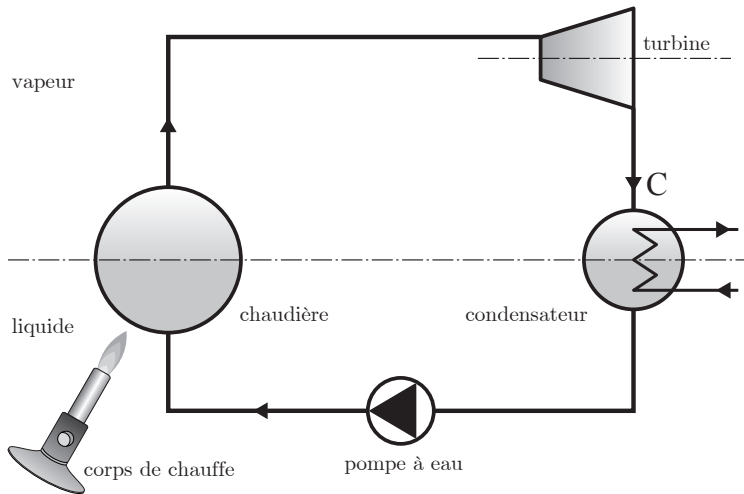
- 1) Esquisser le diagramme  $(p, V)$  du cycle de Rankine pour un gaz parfait.

- 2) Déterminer les travaux effectués  $W_{12}$ ,  $W_{23}$ ,  $W_{34}$  et  $W_{41}$  et le travail effectué par cycle  $W$  en termes des enthalpies  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  et  $H_4$ .
- 3) Déterminer la chaleur fournie au réservoir chaud  $Q^+ = Q_{12}$  en termes des enthalpies  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  et  $H_4$ .
- 4) Déterminer le rendement du cycle de Rankine pour un fluide parfait défini comme,

$$\eta_R = - \frac{W}{Q^+}$$

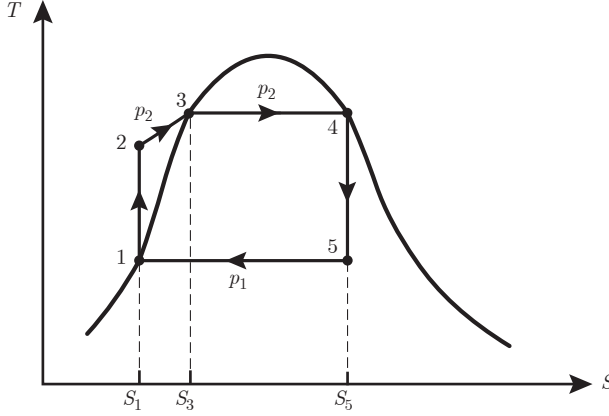
### 7.3 Cycle de Rankine pour un fluide biphasique

☆☆☆☆ Un moteur est constitué d'une chaudière, d'un condensateur, d'une turbine et d'une pompe (fig. 7.7). Ce moteur subit un cycle de Rankine cycle pour un fluide biphasique (fig. 7.8). Le cycle est constitué de cinq processus :



**Fig. 7.7** Diagramme du moteur de Rankine pour un fluide biphasique.

- 1  $\longrightarrow$  2 : Le fluide sortant de la turbine est entièrement condensé (1). Le liquide subit alors une compression isentropique d'une pression initiale  $p_1$  à une pression finale  $p_2$ .
- 2  $\longrightarrow$  3 : Le liquide est chauffé à pression constante  $p_2$  par la chaudière. Il subit un échauffement isobare jusqu'à ce qu'il parvienne à la température de vaporisation (3).
- 3  $\longrightarrow$  4 : Le liquide est vaporisé à pression constante  $p_2$ . Il subit une transition de phase jusqu'à la vaporisation complète (4).
- 4  $\longrightarrow$  5 : Le gaz subit une détente isentropique d'une pression initiale  $p_2$  à une pression finale  $p_1$ .



**Fig. 7.8** Diagramme  $(T, S)$  du cycle de Rankine pour un fluide biphasique.

- $5 \rightarrow 1$  : Le gaz est condensé à pression constante  $p_1$ . Il subit une transition de phase jusqu'à la condensation complète (1).

Analyser ce cycle en utilisant les instructions suivantes :

- 1) Déterminer la chaleur fournie par la chaudière  $Q^+ = Q_{23} + Q_{34}$ , la chaleur libérée au condenseur  $Q^- = Q_{51}$  en termes des enthalpies par unité de masse  $h_1^*$ ,  $h_2^*$ ,  $h_4^*$  et  $h_5^*$  et la masse  $M$  de fluide qui subit ce cycle (fig. 7.8).
- 2) Déterminer le travail effectué par la pompe  $W_{12}$  et le travail effectué sur la turbine  $W_{45}$  en termes des enthalpies par unité de masse  $h_1^*$ ,  $h_2^*$  et  $h_5^*$  et de la masse  $M$  en utilisant les résultats obtenus pour le système présenté en sect. 4.14 et en supposant que la puissance mécanique est égale à la puissance chimique  $P_C$  du fluide traversant la pompe et la turbine, i.e.  $P_W = P_C$ .
- 3) Déterminer le rendement du cycle de Rankine pour un fluide biphasique défini comme,

$$\eta_R = - \frac{W}{Q^+}$$